



Exercice (1)

Soit f une fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1+\sin x} - 1}{x} & x \neq 0 \\ f(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

– Etudier la continuité de f en $x_0 = 0$.

Exercice (2)

Soit f une fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = 2x^2 - 3x & x < -1 \\ f(x) = x^2 + 4 & -1 \leq x < 1 \\ f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + 2 & x \geq 1 \end{cases}$$

– Etudier la continuité de f en 0, 1 et -1 .

Exercice (3)

Soit f une fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 - x^2} & x \neq 0 ; x \neq 1 \\ f(1) = \alpha \end{cases}$$

– Déterminer α pour que f soit continue en $x_0 = 1$.

Exercice (4)

Soit f une fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + x - a}{x - 1} & x < 1 \\ f(x) = x^2 + b & x \geq 1 \end{cases}$$

– Déterminer a et b pour que f soit continue en $x_0 = 1$.

Exercice (5)

Soit f une fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x - \sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1} - 3} & x \neq 2 \\ f(2) = c \end{cases}$$

1 – Donner D_f .

2 – Déterminer c pour que f soit continue en $x_0 = 2$.

Exercice (6)

On considère la fonction :
$$\begin{cases} f(x) = 3x^2 - x - \frac{1}{4} & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ f(x) = 1 - \frac{7}{6x+4} & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

– Etudier la continuité de f sur $[0, 1]$.

Exercice (7)

Soit f une fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & x \neq 2 \\ f(2) = 3 \end{cases}$$

1 – Donner D_f .

2 – Etudier la continuité de f sur D_f .



Exercice 8

Soit f une fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x - \sqrt{x+6}}{\sqrt{4x+4}-4} & x \neq 3 \\ f(3) = \alpha \end{cases}$$

– Déterminer α pour que f soit continue sur D_f .

Exercice 9

Soit f une fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{2 - \sqrt{4+x}}{x^2+x} & x \neq 0 \\ f(0) = \frac{-1}{4} \end{cases}$$

1 – Calculer les limites aux bornes de D_f .

2 – Etudier la continuité de f sur D_f .

Exercice 10

Montrer que f est continue sur I

$$1 - f(x) = x + 3\sqrt{x} \quad I = [0, +\infty[$$

$$2 - f(x) = \frac{x^2 + x + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} \quad I =]0, +\infty[$$

$$3 - f(x) = \cos(5x) + \sqrt{x-3} \quad I = [3, +\infty[$$

Exercice 11

1 – Montrer que l'équation $x^3 + 2x + 1 = 5\sqrt{x}$ admet au moins une solution dans $[1,4]$.

2 – Montrer que l'équation $5x^5 + 3x^3 = 1$ admet une solution unique dans $]0,1[$.

3 – Montrer que la courbe représentative de la fonction $f(x) = x^4 + x - 1$ coupe l'axe des abscisses en un seul point d'abscisse $\alpha \in [-2, -1]$.

Exercice 12

Soit $f(x) = x^3 + 2\sqrt{x} + x - 5$

1 – Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution dans $\mathbb{R}^+$ et que $1 < \alpha < 2$.

2 – Etudier le signe de $f(x)$.



Exercice 13

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

- 1 – Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions différentes dans $\mathbb{R}$.
- 2 – Déduire le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 14

Soit $f(x) = x - 2\sqrt{x^2 - 1}$ définie sur I

- 1 – Montrer que f admet une fonction réciproque définie de J qu'on déterminera vers $I = [1, +\infty[$.
- 2 – Calculer $f^{-1}(x)$ pour $x \in J$.

Exercice 15

Soit $f(x) = x - 4\sqrt{x} + 3$ définie sur $I = [4, +\infty[$

- 1 – Montrer que f admet une fonction réciproque définie de J vers I .
- 2 – Calculer $f^{-1}(x)$.

Exercice 16

- 1 – Montrer que $x^3 + x + 1 = 0$ admet une solution unique α dans $[-2, 2]$.
- 2 – En utilisant la dichotomie, trouver un encadrement de α d'amplitude $1,25 \cdot 10^{-1}$.

Exercice 17

Soit f une fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x\sqrt{x}-1}{x-1} & x > 1 \\ f(1) = \frac{3}{2} \\ f(x) = \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} & x < 1 \end{cases}$$

- 1 – Donner D_f .
- 2 – Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f$.
- 3 – Etudier la continuité de f en 1.

Exercice 18

Soit f une fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2x^2+x-1}{2x^2-3x+1} & x \neq \frac{1}{2} \text{ et } x \neq 1 \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = \alpha \end{cases}$$

- Déterminer α pour que f soit continue en $\frac{1}{2}$.



Exercice 19

Soit f une fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\cos(x) - \cos(2x)}{x} & x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

– Etudier la continuité de f en $x_0 = 0$.

Exercice 20

Soit f une fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x+4} & x \in [-4, 0] \\ f(x) = x^2 + 2 & x \in]0, 4] \end{cases}$$

– Etudier la continuité de f sur $[-4, 4]$.

Exercice 21

Soit f une fonction continue définie de $[a, b]$ vers $[a, b]$

– Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet au moins une solution dans $[a, b]$.

Exercice 22

Soit $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x} - \sqrt{x^3}}{x-1}$

1 – Donner D_f .

2 – Vérifier que $(\forall x \in D_f) f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$ puis calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f$.

3 – Montrer que l'équation $\sqrt{x} = \frac{1}{x-1}$ admet une solution unique α dans $]1, 2[$.

4 – Montrer que $\alpha^2(\alpha - 2) = 1 - \alpha$.

Exercice 23

Montrer que f admet une fonction réciproque définie sur un intervalle J qu'on déterminera vers I puis calculer $f^{-1}(x)$.

1 – $f(x) = x^2 + 6x$ $I =]-\infty, -3]$

2 – $f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$ $I =]2, +\infty[$

3 – $f(x) = \sqrt{x} - x$ $I = \left[0, \frac{1}{4}\right]$

4 – $f(x) = \frac{x^2+2}{x^2-4}$ $I = [0, 2[$

5 – $f(x) = x^2 - 4x$ $I = [2, +\infty[$



Exercice 24

Soit $f(x) = x^2 - 2x + 2$

- 1 – Montrer que f admet une fonction réciproque définie d'un intervalle J qu'on déterminera vers $[1, +\infty[$.
- 2 – Déterminer f^{-1} .

Exercice 25

Soit $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ définie sur $I = [-1, 1]$

- Montrer que f admet une fonction réciproque en déterminera son ensemble de définition J puis calculer $f^{-1}(x)$.

Exercice 26

Soit f une fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = x\sqrt{4+x^2} & x \leq 0 \\ f(x) = x(3 - 2\sqrt{x}) & x > 0 \end{cases}$$

- 1 – Déterminer D_f .
- 2 – Calculer les limites aux bornes.
- 3 – Etudier la continuité de f sur D_f .
- 4 – Soit g la restriction de f sur $I =]-\infty, 0]$.
 - a) Montrer que g est strictement croissante sur I .
 - b) En déduire que g admet une fonction réciproque définie sur un intervalle J qu'on déterminera.
 - c) Montrer que $(\forall x \in J) \ g^{-1}(x) = \frac{x}{\sqrt{2+\sqrt{4+x^2}}}$

Exercice 27

Soit $f(x) = x^2 + x + 1$

- 1 – Construire dans un R.O.N la courbe $(\mathcal{C}_f)$.
- 2 – Montrer que g restriction de f sur $[\frac{-1}{2}, +\infty[$ admet une fonction réciproque.
- 3 – Calculer $g^{-1}(x)$.
- 4 – Construire dans le même repère $(\mathcal{C}_g^{-1})$.

Exercice 28

Soit $f(x) = 2x^4 - 16x^2$ définie sur $I = [0, 2]$

- 1 – Montrer que f admet une fonction réciproque définie d'un intervalle J qu'on déterminera vers I .
- 2 – Déterminer $f^{-1}(x)$.



Exercice 29

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 - 5$

- 1 – Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]2,4[$.
- 2 – Donner un encadrement de α d'amplitude $25 \cdot 10^{-2}$

Exercice 30

Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer puis calculer $J^{-1}(x)$

- 1 – $f(x) = x^2 - 4x + 3$ $I =]-\infty, 2]$
- 2 – $f(x) = \frac{3x+4}{x-7}$ $I =]7, +\infty[$
- 3 – $f(x) = x - 6\sqrt{x} + 1$ $I = [9, +\infty[$
- 4 – $f(x) = \frac{2x^2-1}{x^2-9}$ $I =]-\infty, -3[$

Exercice 31

Soit $f(x) = x^2 + x + 1$

- 1 – Dresser le tableau de variations de f .
- 2 – Construire $(\mathcal{C}_f)$ dans un repère orthonormé.
- 3 – Soit g la restriction de f sur $I = [-\frac{1}{2}, +\infty[$.
 - a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur J .
 - b) Construire dans le même repère $(\mathcal{C}_g^{-1})$.
 - c) Calculer $g^{-1}(x)$ pour $x \in J$.
 - d) Dresser le tableau de variation de g^{-1} .
 - e) Résoudre $g^{-1}(x) = x$.

Exercice 32

Montrer que $x^3 + 2x + 1 = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ puisque $\alpha \in]-1, 0[$

Exercice 33

Soit f une fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} - \frac{1}{x} & x < 0 \\ f(x) = x^2 - 2x & x \geq 0 \end{cases}$$

- 1 – Donner D_f .
- 2 – Calculer les limites aux bornes de D_f .
- 3 – Etudier la continuité de f sur D_f .
- 4 – Soit g la restriction de f sur $I = [0, 1]$.
 - a) Montrer que g admet une fonction réciproque en déterminant son ensemble de définition et son ensemble de valeurs.
 - b) Déterminer g^{-1} .

Exercice 34

Soit : $f(x) = -x^3 - 11x + 3$

- 1 – Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et que $0 < \alpha < 1$.
- 2 – Donner un encadrement de α d'amplitude 0,25.

Exercice 35

Soit $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} + x$ définie sur $I =]-\infty, -2]$

- 1 – Montrer que f admet une fonction réciproque de J vers I .
- 2 – Calculer $f^{-1}(x)$.
- 3 – Dresser le tableau de variation de f^{-1} .

Exercice 36

Soit $f(x) = \frac{x}{1-\sqrt{1+x^2}}$ $I =]0, +\infty[$

- 1 – Calculer $\lim_{0^+} f$ et $\lim_{+\infty} f$.
- 2 – Etudier la continuité de f sur I .
- 3 – Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera.
- 4 – Calculer $f^{-1}(x)$.
- 5 – Dresser le tableau de variation de f^{-1} .

Exercice 37

1 – Simplifier :

$$A = \frac{{}^5\sqrt{4} \cdot \sqrt{8} \left({}^5\sqrt{{}^3\sqrt{4}}\right)^2}{\sqrt{\sqrt{2}}}$$

$$B = \frac{\sqrt{3} ({}^4\sqrt{81})^2 ({}^3\sqrt{{}^3\sqrt{3}})^5}{{}^3\sqrt{3^4} \cdot 3^{\frac{2}{3}}}$$

2 – Ordonner dans l'ordre croissant les nombres :

$$a = {}^6\sqrt{5}$$

$$b = {}^4\sqrt{3}$$

$$c = {}^3\sqrt{2}$$

3 – Ecrire le dénominateur sous forme d'un rationnel :

$$C = \frac{1}{{}^3\sqrt{9} + {}^3\sqrt{6} + {}^3\sqrt{4}}$$

$$D = \frac{2}{{}^3\sqrt{4} - 1}$$

Exercice 38

1 – Calculer :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - {}^3\sqrt{x}}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} {}^3\sqrt{x^3 + 3x^2} - x$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{{}^3\sqrt{x+6} - 2}{1 - {}^3\sqrt{3-x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x - 2} - x - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{{}^3\sqrt{8-x^3}}{3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{{}^3\sqrt{x} - {}^4\sqrt{x}}{\sqrt{x} - {}^6\sqrt{x}}$$

Exercice 39

Soit $f(x) = x^3 + 3$ définie sur $I = [0, +\infty[$

1 – Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera vers I .

2 – Calculer $f^{-1}(x)$.

Exercice 40

Soit $f(x) = {}^3\sqrt{x^3 + 3x^2 + 3x + 9}$ définie sur $I = [-3, +\infty[$

1 – Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f$.

2 – Vérifier que $f(x) = {}^3\sqrt{(x+1)^3 + 8}$.

3 – Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera vers I .

4 – Calculer $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.