



Exercice ①

Ecrire sous la forme algébrique les complexes suivants :

$$a = (3 + 2i)(1 - i) - (2 - i)^2 + (7 - i)(7 + i)$$

$$b = (4 - 2i)^2 - (1 - 7i)(2 + 3i)$$

$$c = (1 + i)^4 \quad d = \frac{5-2i}{2+3i} \quad e = \frac{7-3i}{2i}$$

$$f = \frac{1}{5i} + \frac{2-i}{2+i} + \frac{5-11i}{10}$$

Exercice ②

Résoudre dans $\mathbb{C}$:

$$a) 1 - 2iz + 4z = 3i(1 + 5i)$$

$$b) (z - 2)(z + 2) = -z^2 - 12$$

$$c) (i - 7)z = (3 + i)(1 - 2i) - 4z$$

$$d) z^4 = 1$$

Exercice ③

Déterminer x et y de $\mathbb{R}$ tels que :

$$a) (3 + i)x + y = -5 + 2i$$

$$b) 4x + y + i(x - 2y) = 5 - i$$

Exercice ④

$$a) \text{ Calculer } (1 + i)^2$$

$$b) \text{ Résoudre dans } \mathbb{C} : z^2 + 2i = 0$$

Exercice ⑤

Résoudre dans $\mathbb{C}$:

$$a) iz + (2 + 3i)\bar{z} = 1$$

$$b) (1 - i)z + 3i\bar{z} = 2 + i$$

Exercice ⑥

Dans le plan complexes rapporté à un R.O.N $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points $A(2 - i)$, $B\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i\right)$ et $C(1 - 4i)$

– Construire les points A, B et C puis déterminer l'affixe de D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.



Exercice 7

Dans le plan complexes rapporté à un R.O.N $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points $A(-2 + i)$, $B(3 + 3i)$ et $C\left(1 + \frac{11}{5}i\right)$

- 1 – Déterminer l'affixe de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- 2 – Montrer que les points A, B et C sont alignés.
- 3 – En déduire une construction de C

Exercice 8

On pose $f(z) = z^2 + 2z - 4$

- 1 – Montrer que $(\forall z \in \mathbb{C}) \quad \overline{f(z)} = f(\bar{z})$.
- 2 – Calculer $f(2 - i)$ en déduire $f(2 + i)$.

Exercice 9

Dans le plan rapporté à un R.O.N $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectifs : $z_A = -5$
 $z_B = -2 + 5i$, $z_C = -2 - 3i$ et $z_D = 1 + 2i$

- Montrer par 2 manières différentes que $ABDC$ est un parallélogramme.

Exercice 10

Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tel que :

- 1 – $\frac{2+\bar{z}}{1-\bar{z}}$ est un réel.
- 2 – $z + \frac{1}{z}$ est un réel.
- 3 – $\frac{2+\bar{z}}{1-\bar{z}}$ est un imaginaire pur.

Exercice 11

On pose $Z = \frac{z-2i}{z-1}$:

- 1 – On pose $z = x + iy$ avec $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, déterminer $Re(Z)$ et $Im(Z)$ en fonction de x et y .
- 2 – Déterminer $U = \{M(z) / z \in \mathbb{R}\}$.
- 3 – Déterminer $V = \{M(z) / z \in i\mathbb{R}\}$.



Exercice 12

Soit $f(z) = \frac{z+i}{z-i}$

- 1 – Donner la forme algébrique de $f(z)$ pour $z = 1 + i$.
- 2 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $f(z) = -2i$.
- 3 – a) Montrer que : $\overline{f(z)} = -f(z) \Leftrightarrow z\bar{z} = 1$.
b) En déduire l'ensemble des points $M(z)$ tq $f(z)$ imaginaire pur.
- 4 – Déterminer $(\Gamma) = \{M(z)/f(z) \in \mathbb{R}\}$.

Exercice 13

Soit $U = \frac{2+\bar{z}}{1-\bar{z}}$

- 1 – Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ qui vérifient : $U \in \mathbb{R}$.
- 2 – Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ qui vérifient : $U \in i\mathbb{R}$.

Exercice 14

Soit $z \neq i$ on pose $U = \frac{2+iz}{\bar{z}-i}$

- 1 – Calculer U pour $z = 2 + \frac{1}{2}i$.
- 2 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $U = 2$.
- 3 – a) Montrer que : $\bar{U} = -U \Leftrightarrow (z + \bar{z})(i(z - \bar{z}) + 1) = 0$
b) Déduire $(E) = \{M(z)/U \in i\mathbb{R}\}$.
- 4 – a) Montrer que : $\bar{U} = U \Leftrightarrow z^2 + (\bar{z})^2 - i(z - \bar{z}) + 4 = 0$
b) Déduire $(E) = \{M(z)/U \in \mathbb{R}\}$.

Exercice 15

On pose $U = \frac{2iz-i}{z+i}$

- Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tq : $U \in \mathbb{R}$

Exercice 16

Soit $z \in \mathbb{C} - \{i - 1\}$, on pose $f(z) = \frac{2z-i}{z+1-i}$

- 1 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $f(\bar{z}) = 2$.
- 2 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $\overline{f(z)} = i$.
- 3 – Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tq :
a) $f(z) \in \mathbb{R}$; b) $f(z) \in i\mathbb{R}$
- 4 – Soit $A(-1 + i)$, $B\left(\frac{1}{2}i\right)$, $C\left(-\frac{1}{4} + \frac{5}{4}i\right)$. Déterminer la nature de ABC .



Exercice 17

Calculer le module des complexes suivants :

$$z_1 = (3 + i)^4 \quad z_2 = \frac{4-5i}{1+i} \quad z_3 = (1 + i\sqrt{3})(4 + i)$$

Exercice 18

Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tq :

$$1 - |z - 1 + i| = |z + 2 - 3i|$$

$$2 - |z + 4 - i| = 3$$

$$3 - |\bar{z} - 2i| = |iz + 1 + 2i|$$

$$4 - \left| \frac{2z-i}{z+1-i} \right| = 2$$

Exercice 19

Soit $A(i)$, $B(z)$, $C(iz)$:

Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ qui vérifient que A, B et C alignés.

Exercice 20

Ecrire sous la forme trigonométrique les complexes suivants :

$$z_1 = -\sqrt{3} + i$$

$$z_2 = 1 - i$$

$$z_3 = -\sqrt{3} - 3i$$

$$z_4 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$z_5 = -3$$

$$z_6 = -4 - 4i$$

$$z_7 = -5i$$

$$z_8 = 7$$

$$z_9 = (1 + i)^5$$

$$z_{10} = (\sqrt{6} - i\sqrt{2})^4$$

$$z_{11} = \frac{2i}{\sqrt{3}-i}$$

$$z_{12} = (2 - 2i)(-1 - i\sqrt{3})$$

$$z_{13} = (\sqrt{3} - i)^{2023}$$

$$z_{14} = \frac{(1-i\sqrt{3})^{12}}{(1+i\sqrt{3})^7}$$

$$z_{15} = 1 - i \tan\left(\frac{\pi}{9}\right)$$

$$z_{16} = -2 \left(\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) - i \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \right)$$

$$z_{17} = -\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$$

$$z_{18} = \sin(\alpha) - i \cos(\alpha)$$

$$z_{19} = \sin(2\alpha) - 2i \sin^2(\alpha)$$

$$z_{20} = 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{9}\right)$$

$$z_{21} = \frac{-\cos\left(\frac{\pi}{27}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{27}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{9}\right) - i \sin\left(\frac{\pi}{9}\right)}$$

Exercice 21

Soit A , B et C d'affixes respectifs : $a = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$; $b = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$; $c = i$

- 1 – Déterminer la forme trigonométrique de $\frac{a-c}{b-c}$.
- 2 – Déduire la nature du triangle ABC .
- 3 – Montrer que $OACB$ est un carré.

Exercice 22

Soit A , B et C d'affixes respectifs : $a = \sqrt{3} + i$; $b = -2i$; $c = -2\sqrt{3}$

- 1 – Donner la forme trigonométrique de a , b et c et Montrer que : $\frac{b-a}{b-c} = -i$.
- 2 – Déduire la nature de ABC .
- 3 – Déterminer z_D affixe de D pour que $ABCD$ soit un rectangle.

Exercice 23

Soit A , B et C d'affixes respectifs : $a = 5i$; $b = 2 + i$; $c = 6 + 3i$

- 1 – Montrer que : $\frac{c-a}{b-a} = 1 + i$.
- 2 – En déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ et que : $AC = \sqrt{2}AB$.

Exercice 24

Soit $z_A = -2i$ et $z_C = \sqrt{3} + i$

- 1 – Donner la forme trigonométrique de z_A et z_C .
- 2 – Montrer que : $\left(\frac{z_A z_C}{4}\right) = 1$.
- 3 – Soit $A(z_A)$, $B(-2\sqrt{3})$ et $C(z_C)$:

- a) Donner la forme trigonométrique de $\frac{z_A + 2\sqrt{3}}{z_A - z_C}$.
- b) Déduire la nature de ABC .



Exercice 25

Soit A et B d'affixes $z_A = \sqrt{3} - i$ et $z_B = 1 + i\sqrt{3}$

1 – Donner la forme trigonométrique de z_A et z_B .

2 – Calculer $\frac{z_B}{z_A}$ et déduire la nature de OAB .

3 – Soit $C(z_C)$ tq : $z_C = z_A + z_B$:

a) Déduire la nature de $OACB$.

b) Donner une mesure de l'angle $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC})$ et déduire que $\arg(z_C) = \frac{\pi}{12} [2\pi]$.

c) Déduire $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

Exercice 26

Soit $A(-2i)$, $B(\sqrt{3} + i)$, $C(-\sqrt{3} + i)$.

1 – Donner la forme trigonométrique de $z = \sqrt{3} + 3i$ et $z' = -\sqrt{3} + 3i$.

2 – Calculer $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ sous sa forme trigonométrique.

3 – Déduire la nature de ABC et une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

Exercice 27

On considère les points A, B et C d'affixes respectifs $a = -1 - i$; $b = 5 + i$; $c = 3 + 7i$:

1 – Calculer $\frac{b-a}{b-c}$. En déduire la nature de ABC

2 – Déterminer l'affixe D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.

3 – Vérifier que $\frac{c-a}{d-b} = -i$. Interpréter géométriquement ce résultat puis déduire la nature de $ABCD$.

Exercice 28

Soit $a = \frac{-3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ et $b = 2 - 2i$

1 – Donner la forme trigonométrique de a et b

2 – Déduire que $ab = 2\sqrt{6}e^{\frac{7\pi}{12}i}$.

3 – Donner la forme algébrique de ab .

4 – En déduire $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.



Exercice (29)

- 1 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 - 6z + 18 = 0$
- 2 – Soit A et B d'affixes $a = 3 + 3i$ et $b = 3 - 3i$
 - a) Ecrire sous la forme trigonométrique a et b
 - b) Montrer que l'affixe de B' image de B par la translation T de vecteur $\overrightarrow{OA}$ est $b' = 6$
 - c) Montrer que $\frac{b-b'}{a-b'} = i$. Déduire la nature de ABB' .
 - d) En déduire que $OAB'B$ carré.

Exercice (31)

- 1 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 - 18z + 82 = 0$
- 2 – Soient A, B et C d'affixes $a = 9 + i$; $b = 9 - i$; $c = 11 - i$
 - a) Montrer que $\frac{c-b}{a-b} = -i$. En déduire que le triangle ABC est rectangle isocèle.
 - b) Donner la forme trigonométrique de $4(1 - i)$.
 - c) Montrer que $(c - a)(c - b) = 4(1 - i)$ et que $AC \times BC = 4\sqrt{2}$.
- 3 – On considère la rotation R de centre B et d'angle $\frac{3\pi}{2}$.
 - a) Montrer que la représentation complexe de R est $z' = -iz + 10 + 8i$.
 - b) Vérifier que l'affixe de C' image de C par R est $c' = 9 - 3i$

Exercice (32)

- 1 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 - 2z + 5 = 0$ et $z^2 - 2(1 + \sqrt{3})z + 5 + 2\sqrt{3} = 0$
- 2 – Soient $A(1 + 2i), B(1 + \sqrt{3} + i), C(1 + \sqrt{3} - i), D(1 - 2i)$:
 - a) Construire les points A, B, C et D .
 - b) Donner la nature de $ABCD$.
 - c) Montrer que $(AB) \perp (BD)$.
 - d) Montrer que les points A, B, C et D sont cocycliques.

Exercice (33)

- 1 – Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tq : $M(z), N(iz)$ et $P(-1)$ alignés.
- 2 – On considère A, B, C d'affixes $a = 2i$; $b = \sqrt{3} + i$ et $c = \sqrt{3} + 3i$
 - a) Donner la forme trigonométrique de $\frac{b-a}{c-a}$, déduire la nature de ABC .
 - b) Vérifier que : $b = c - a$ déduire la nature de $OACB$.
 - c) Montrer que c^{2007} est réel négatif.



Exercice 34

- 1 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 - 6z + 34 = 0$.
- 2 – On considère A, B et C d'affixes : $a = 3 + 5i$; $b = 3 - 5i$ et $c = 7 + 3i$ et $M(z), M'(z)$
 - a) Soit T la translation de vecteur $\vec{u}(4 - 2i)$, donner l'expression complexe de T .
 - b) Vérifier que $C = T(A)$.
 - c) Montrer que $\frac{b-c}{a-c} = 2i$ et déduire la nature de ABC et que $BC = 2AC$.

Exercice 35

- 1 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$.
- 2 – Ecrire les solutions sous la forme trigonométrique.
- 3 – Soient $A(\sqrt{3} + i), B(\sqrt{3} - i)$. Calculer $\frac{z_B}{z_A}$ et déduire la nature de OAB .
- 4 – Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
 - a) Vérifier que $R(B) = A$.
 - b) Déterminer l'affixe de $R(A)$.

Exercice 36

Soit A, B, C d'affixes $a = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$; $b = \frac{-1}{2} + \frac{1}{2}i$ et $c = i$:

- 1 – Déterminer la forme trigonométrique de $\frac{a-c}{b-c}$.
- 2 – Déduire la nature de ABC .
- 3 – Montrer que $OACB$ est un carré.

Exercice 37

- 1 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 - 6z + 10 = 0$.
- 2 – On considère $a = 3 - i$; $b = 3 + i$ et $c = 7 - 3i$ et R la rotation de centre $A(a)$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
 - a) Donner l'expression complexe de R .
 - b) Vérifier que l'affixe de C' image de $C(c)$ par R est $c' = 5 + 3i$.
 - c) Montrer que $\frac{c'-b}{c-b} = \frac{1}{2}i$ puis déduire la nature de BCC' .
 - d) Montrer que $BC = 2BC'$.

Exercice 38

- 1 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 - 4z + 8 = 0$.
- 2 – Soit A, B et C d'affixes : $a = 4$; $b = 2 + 2i$ et $c = 2 - 2i$
 - a) Ecrire a, b et c sous la forme exponentielle.
 - b) Montrer que $b^8 + c^4$ est un réel strictement positif.
- 3 – Soit $M'(z')$ l'image de $M(z)$ par la rotation R de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
 - a) Montrer que $z' = iz + 4 - 4i$.
 - b) Vérifier que $C = R(B)$.
 - c) Montrer que $OBAC$ est un carré.

Exercice 39

Soit $a = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $b = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$.

- 1 – Montrer que $ab = 1 - i$ et que $|a| = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$.
- 2 – a) Montrer que : $1 + \cos(\alpha) + i \sin(\alpha) = 2 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) e^{i\frac{\alpha}{2}}$.
b) En déduire que $a = 2 \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) e^{i\frac{\pi}{8}}$ puis $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$.
- 3 – Donner la forme trigonométrique de $1 - i$ puis de b .
- 4 – Soit $A(a), B(b)$ et $C(c)$ tq $OACB$ parallélogramme.
 - a) Déterminer c puis une mesure de $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.
 - b) Vérifier que $OACB$ est un rectangle.

Exercice 40

- 1 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $2z^2 + 2z + 5 = 0$.
- 2 – Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.
 - a) Ecrire $d = \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ sous la forme exponentielle.
 - b) Soit A d'affixe $a = \frac{-1}{2} + i\frac{3}{2}$ et B un point d'affixe b tel que $B = R(A)$. Montrer que $b = da$.
- 3 – Soit T la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$ et $C = T(B)$ d'affixe c .
 - a) Vérifier que $c = b + a$.
 - b) Déduire que $c = a\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
 - c) Déterminer un argument de $\frac{c}{a}$ et déduire que le triangle OAC est équilatéral.



Exercice (41)

- 1 – a) Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 + 2\sqrt{2}z + 4 = 0$.
b) écrire z_1 et z_2 les solutions de l'équation sous la forme trigonométrique.
c) Dédire que $z_1^{2012} + z_2^{2012} = -2^{2013}$
- 2 – Soit $A(-\sqrt{2} - i\sqrt{2})$, $B(-\sqrt{2} + i\sqrt{2})$ et $\Omega(-2\sqrt{2})$
 - a) Vérifier que $\frac{z_B - z_\Omega}{z_A - z_\Omega} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ déduire la nature de ΩAB .
 - b) Soit R la rotation de centre Ω et qui transforme A en B , donner l'expression complexe de R .
 - c) Donner l'abscisse de O' image de O par R .
 - d) Donner l'expression complexe de l'homothétie h de centre Ω et de rapport $\sqrt{2}$.
 - e) Donner l'abscisse de B' image de B .

Exercice (42)

- 1 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$.
- 2 – Soit z_1 et z_2 les solutions de l'équation tq $Im(z_1) > 0$, écrire z_1 et z_2 sous la forme trigonométrique.
- 3 – Dédire la valeur de $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2011}$.
- 4 – On considère les points $A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $B(\sqrt{2} + i\sqrt{2})$ et $C(\sqrt{2} - i\sqrt{2})$
 - a) Construire A , B et C .
 - b) Déterminer l'abscisse de D image de C par l'homothétie h de centre A et de rapport -3 .
 - c) Déterminer l'abscisse de E image de C par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{-\pi}{2}$.
 - d) Construire D , E et le point $F(-3\sqrt{2} + i\sqrt{2})$.
 - e) Montrer que $BDFE$ est un carré.

Exercice (43)

- 1 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 - 2\sqrt{3}z + 12 = 0$.
- 2 – Ecrire les solutions de l'équation sous la forme exponentielle.
- 3 – a) Soit $A(a)$, $B(b)$ avec $a = \sqrt{3} + 3i$ et $b = \sqrt{3} - 3i$.
Montrer que l'abscisse de $C = R(A)$ où R est la rotation de centre O et d'angle $\frac{-\pi}{2}$ est $c = 3 - \sqrt{3}i$.
b) Soit $D(d)$ image de B par la rotation R' de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$, Montrer que $d = 3 + \sqrt{3}i$.
c) Calculer DC et déduire la nature de OCD .

Exercice (44)

1 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 - 4z + 5 = 0$.

2 – Le plan complexe est rapporté à un R.O.N $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points : A, B, C, D et Ω d'affixes respectifs $a = 2 + i$; $b = 2 - i$; $c = i$; $d = -i$ et $\omega = 1$

a) Montre que $\frac{a-\omega}{b-\omega} = i$.

b) Déduire la nature de ΩAB .

3 – On considère la rotation R de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a) Montrer que l'expression complexe de R est $z' = iz + 1 - i$

b) Vérifier que $R(A) = C$ et $R(D) = B$.

c) Montrer que les points A, B, C , et D sont cocycliques.

Exercice (45)

1 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $4z^2 + 2z + 1 = 0$.

2 – Soit z_1 et z_2 les solutions de l'équation où $\text{Im}(z_1) > 0$, écrire z_1 , z_2 et $\frac{z_1}{z_2}$ sous la forme trigonométrique.

3 – Montre que $(2z_1)^{2010} - (2z_2)^{2010} = 0$

4 – Soit $A(-1)$, $B\left(\frac{1}{2}\right)$, $C(z_1)$, $D(z_2)$. Montrer que $ACBD$ est un losange.

5 – Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{-2\pi}{3}$. Soit $M(z)$ et $M'(z')$ image de M par R .

a) Donner z' en fonction de z .

b) Déterminer l'affixe de D' image de D par R .

Exercice (46)

1 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$.

2 – On considère les points A, B, C et D d'abscisses respectives $a = 4\sqrt{3} - 4i$; $b = 4\sqrt{3} + 4i$ et $c = -\sqrt{3} + i$.

a) Déterminer l'expression complexe de la rotation R de centre O et d'angle $\frac{-\pi}{3}$.

b) Soit D' l'image de C par R . Vérifier que $z_{D'} = 2i$.

3 – Soit G le barycentre de $\{(B, 1), (D, 1), (O, -1)\}$

a) Montrer que $g = z_g = 4\sqrt{3} + 6i$.

b) Montrer que $\frac{c-a}{g-a} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) Déduire la nature de ACG .



Exercice (47)

Soit $z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{1+i}$

- 1 – Ecrire z sous la forme algébrique.
- 2 – Ecrire z sous la forme trigonométrique.
- 3 – Dédire que $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

Exercice (48)

Soit $P(z) = z^3 - 4z^2 + 8z - 8$

- 1 – Calculer $P(2)$.
- 2 – Déterminer les réels a et b tq : $P(z) = (z - 2)(z^2 + az + b)$.
- 3 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $P(z) = 0$.
- 4 – Soit $z_A = 1 + i\sqrt{3}$, $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ et $z_C = 2$ les affixes de A, B et C .
 - a) Ecrire z_A, z_B et z_C sous la forme trigonométrique.
 - b) Donner la forme algébrique de $z_A^6 + z_B^3 + z_C^2$.
 - c) Donner la nature de $OACB$.
- 5 – Soit R la rotation de centre O et qui transforme A en B . Déterminer l'angle de la rotation puis son expression complexe.

Exercice (49)

Soit $P(z) = z^3 - 2(1+i)z^2 + 2(1+2i)z - 4i$

- 1 – Montrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pur.
- 2 – Déterminer les réels a et b tq : $P(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b)$.
- 3 – Résoudre dans $\mathbb{C}$: $P(z) = 0$.
- 4 – Ecrire sous la forme exponentielle les solutions de $P(z) = 0$.
- 5 – Soit $a = 1 + i$, $b = 2i$ et les points $A(a), B(b)$ et la rotation R de centre A et d'angle $\frac{-\pi}{2}$.
 - a) Donner l'expression complexe de R .
 - b) Soit B' l'image de B par R . Donner la nature de ABB' .
- 6 – Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tq : $|(1+i)z - 2i| = \sqrt{2}$

Exercice (50)

Soit $z_0 = 1 - i$, $z_1 = \frac{\sqrt{3}+1}{2} + i\frac{\sqrt{3}-1}{2}$, $z_2 = \frac{\sqrt{3}-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

1 – Montrer que $\frac{z_2}{z_0} = \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, $z_1 = i\bar{z}_2$

2 – Déterminer un argument de $\frac{z_2}{z_0}$

3 – En déduire que : $z_2 = \sqrt{2} \cdot e^{i\frac{5\pi}{12}}$ et $z_1 = \sqrt{2} \cdot e^{i\frac{\pi}{12}}$

4 – Montrer que : $(z_2)^{12} = -64$.

5 – Vérifier que : $z_2 = z_1 - z_0$.

6 – Soit $A(z_0)$, $B(z_1)$ et $C(z_2)$.

a) Montrer que $OABC$ est un losange.

b) Montrer que $(\widehat{BC}, \widehat{BA}) \equiv \frac{2\pi}{3} [2\pi]$.

