

Exercice 75

ABC est un triangle équilatéral et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$. Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABC et M un point de l'arc AC qui ne contient pas B tel que $M \neq A$ et $M \neq C$. Soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

❶ Soit P un point du segment $[BM]$ tel que $MP = MA$, montrer que AMP est un triangle équilatéral.

❷ Montrer que $r(P) = M$.

❸ Dédurre que $MA + MC = MB$.

Exercice 76

Soit $ABCD$ un carré de centre O tel que $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$. M, N, P et Q quatre points appartiennent aux segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$ respectivement tel que :

$$AM = BN = CP = DQ.$$

Soit r la rotation de centre O et qui transforme A en B .

❶ Déterminer l'image de M par la rotation r .

❷ Montrer que le quadrilatère $MNPQ$ est un carré.

Exercice 77

On considère les deux carrés $ABCD$ et $AEFG$ tels que :

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) &\equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] \text{ et } (\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AG}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi], \\ (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}) &\equiv \frac{\pi}{3}[2\pi] \text{ et } AE = AB. \end{aligned}$$

❶ (a) Construire la figure.

(b) Déterminer l'angle du rotation r de centre A et qui transforme B en E .

❷ (a) Montrer que $r(C) = F$ et $r(D) = G$.

(b) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{EF})$

❸ Soit $K = \text{bary}\{(A; 1), (B; -1), (C; -1)\}$ posons $r(K) = K'$. Prouver que K', F et G sont alignée.

Exercice 78

Soit ABC un triangle dans la mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est positive.

En dehors de ce triangle on construit trois carrés $ACDE$, $BAFG$ et $CBHI$.

❶ (a) Montrer que le triangle ACI est l'image du triangle DCB par une rotation qui va être déterminer.

(b) Dédurre que les droites (AI) et (BD) sont perpendiculaires.

❷ Montrer que les droites (AH) et (CG) sont perpendiculaires.

❸ On considère la rotation r de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Soit K le milieu du segment $[EF]$, posons $r(K) = K'$.

(a) Montrer que K' appartienne à la droite passant par A et parallèle à (BC) .

(b) Dédurre que (AK) est une hauteur du triangle.