

Exercice 92

Soient A, B, C et D quatre point de l'espace, posons :

$\vec{u} = 3\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} - 5\overrightarrow{MD}$. Montrer que le vecteur $\vec{u}$ est indépendante du choix du point M .

Exercice 93

Soit $ABCD$ un tétraèdre et M un point définie par : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.

1. Ecrire le vecteur $\overrightarrow{AM}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Dédire que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AB}$, et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaire.

Exercice 94

Soient $\vec{u}(1, 1, 0)$, $\vec{v}(1, 0, 1)$ et $\vec{w}(0, 1, 1)$.

1. Montrer que $B'(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ forme une base.
2. Considérons le vecteur $\vec{x}(1, 1, 1)$. quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{x}$ par rapport à la base B' .

Exercice 95

Soit $ABCD$ un tétraèdre et soit (Δ) l'ensemble des points M qui vérifie : $\overrightarrow{BM} = (x+1)\overrightarrow{BA} + x\overrightarrow{AD}$, ($\forall x \in \mathbb{R}$). Montrer que (Δ) est une droite parallèle à la droite (BD) .

Exercice 96

Soient $A(-2, 1, 5)$, $B(1, -3, 0)$ et $C(2, 2, -1)$ trois points dans l'espace.

1. Déterminer les coordonnées du point M définie par $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

2. Déterminer les coordonnées du point N définie par $3\overrightarrow{NA} = 2\overrightarrow{NB}$.
3. Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment $[MN]$.
4. Déterminer les coordonnées du C' le symétrie du point C par rapport à I .

Exercice 97

Déterminer une forme paramétrique et deux équations cartésiennes de la droite (D) dans les cas suivants :

1. (D) passant par $A(1, 2, 3)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1, -2, 0)$.
2. (D) passant par deux points $A(-1, 4, 3)$ et $B(2, 4, 3)$.
3. (D) passant par $A(1, 2, 3)$ et parallèle à l'axe (Ox) .

Exercice 98

Donner une forme paramétrique et une équation cartésienne du plan (P) dans les cas suivants :

1. Le plan (P) passant par un point $A(1, 2, 3)$ et deux vecteurs directeurs $\vec{u}(1, -1, 0)$ et $\vec{v}(-1, 3, 2)$.
2. Le plan (P) passant par trois points $A(1, 2, 3)$, $B(-1, 0, 1)$ et $C(3, 2, -1)$.

Exercice 99

Soit (P) le plan d'équation $(P) : 3x - 2y + 7 - 6 = 0$. et (Q) un plan définie par sa forme pa-

ramétrique : $(Q) \begin{cases} x = 3 - 3t + 5t' \\ y = -1 + t \quad t, t' \in \mathbb{R} \\ z = 1 + t \end{cases}$

1. Déterminer une forme paramétrique du plan (P) .
2. Donner une équation cartésienne du plan Q .
3. Donner une forme paramétrique de l'intersection des deux plans (P) et (Q) .

Exercice 100

Soient deux droites (D) et (Δ) définie par leurs formes paramétriques :

$$\begin{aligned}
 (\Delta) & \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 6 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \\
 (D) & \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = -2 + t' \end{cases} \quad t' \in \mathbb{R}
 \end{aligned}$$

1. Vérifier que $A(0, 2, 7) \in (\Delta)$ puis déterminer un vecteur directeur de (Δ) .
2. Montrer que (D) et (Δ) ne sont pas coplanaires.
3. Montrer que $x - y + 2z - 12 = 0$ est une équation cartésienne de (P) passant par $B(12, 0, 0)$ et qui contient la droite (Δ) .
4. Montrer que la droite (D) coupe (P) en un point à déterminer.
5. Donner une forme paramétrique du plan parallèle à la droite (Δ) et qui contient (D) .