

Exercice 20

Soient A et B deux points tel que $AB = 4\text{cm}$

1. Construire C le barycentre du système pondérés $\{(A; 1); (B; 3)\}$
2. Construire D le barycentre du système pondérés $\{(A; -1); (B; 3)\}$
3. Prouver que le point C est le milieu du segment $[AD]$
4. Déterminer l'ensemble des points M vérifiant : $\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\| = 12$

Exercice 21

Soit ABC un triangle dans le plan tel que :

$$\overrightarrow{AG_1} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AG_2} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

1. Déterminer α_1 et β_1 de tel sort que G_1 soit le barycentre des points pondérés $(A; \alpha_1)$ et $(B; \beta_1)$.
2. Déterminer α_2 , β_2 et λ_2 de tel sort que G_2 soit le barycentre des points pondérés $(A; \alpha_2)$, $(B; \beta_2)$ et $(C; \lambda_2)$.

Exercice 22

Déterminer l'ensemble des points tels que :

1. $\|\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\|$
2. $2 \leq \|\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| \leq 6$.
3. $\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\|$.
4. $\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| \leq 4$.

Exercice 23

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $\|\overrightarrow{BC}\| = 8$ et $\|\overrightarrow{BA}\| = 5$. Soit I le milieu de $[BC]$.

❶ Placer le point F tel que $\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{BA}$, et montrer que F est le barycentre des points A et B pondérés par des réels que l'on déterminera.

❷ P étant un point du plan. Réduire chacune des sommes suivantes :

$$\frac{1}{2}\overrightarrow{PB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PC} \text{ et } -\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} \text{ et } 2\overrightarrow{PB} - 2\overrightarrow{PA}$$

❸ Déterminer et représenter l'ensemble des points M suivantes :

$$E_1 : \left\| \frac{1}{2}\overrightarrow{MB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MC} \right\| = \left\| -\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} \right\|$$

$$E_2 : \left\| \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\| = \left\| 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MA} \right\|$$

Exercice 24

Soit ABC un triangle tel que $BC = 3$, $AC = 4$

et $AB = 5$. Soit $E = \text{bary}\{(A; 3), (B; 2)\}$,

$F = \text{bary}\{(A; 3), (C; -1)\}$, $K =$

$\text{bary}\{(B; 2), (C; -1)\}$ et

$G = \text{bary}\{(A; 3), (B; 2), (C; -1)\}$.

1. Montrer que $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

2. Montrer que $\overrightarrow{BK} = -\overrightarrow{BC}$ et que $\overrightarrow{AF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

3. (1) Montrer que G est le barycentre des points $(C; -1)$, $(E; 5)$.

(2) Montrer que G est le barycentre des points $(A; 3)$, $(K; 1)$.

4. En déduire que G est le point d'intersection des droites (CE) et (AK) .

5. Construire le triangle ABC et les points E , F , K et G .

6. Montrer que G est le milieu du segment $[BF]$.

7. Ecrire $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

Exercice 25

Soit $ABCD$ un rectangle de centre O et soit I le milieu du segment $[AB]$. Soit E le centre de gravité du triangle ABC .

1. Construire F tel que $F = \text{bary}\{(C, 1); (D, 3)\}$.

2. Soit G le milieu du segment $[ED]$.

Montrer que G est le barycentre du système pondéré $\{(A, 1); (B, 1); (C, 1); (D, 3)\}$.

3. Montrer que G est un point du droite (IF) .

4. Soit K un point définie par : $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$.

(1) Sachant que $K = \text{bary}\{(A, \alpha); (D, \beta)\}$ déterminer α et β .

(2) Montrer que le milieu du segment $[BC]$ appartient à la droite (GK) .

(1) Montrer que pour tout point M du plan on a : $4\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{CA}$

(2) Déterminer puis construire l'ensemble de points M du plan tel que :

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{4MA} - 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MD}\|$$

Exercice 26

Soit $ABCD$ un carré, et

$$G = \text{bary}(A; 1), (B; 2), (C; 3), (D; 6).$$

1. Construire I et J tel que :

$$I = \text{bary}(A; 1), (C; 3) \text{ et}$$

$$J = \text{bary}(B; 2), (D; 6).$$

2. Montrer que G est le barycentre de $(I; 1)$, $(J; 2)$ et $(J; 2)$ puis construire le point G .

3. Soit (D) l'ensemble des point M qui vérifie : $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} + 6\overrightarrow{MD}\| = 6\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\|$

(1) Soit O le centre du carré $ABCD$.

Écrire $\overrightarrow{MO}$ en fonction $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MC}$.

(2) Déterminer l'ensemble de points (D) puis la construire.

4. Déterminer (C) l'ensemble de points M qui vérifie : $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} + 6\overrightarrow{MD}\| = 24$.

5. Le plan muni d'un repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

(1) déterminer les coordonnées de G .

(2) Considérons le point G' tel que :

$$G' = \text{bary}(A; 3), (B; 6), (C; 1), (D; 2).$$

(3) Dédire que les points O , G et G' sont aligné.

Exercice 27

Soit ABC un triangle dans l'espace.

1. Placer les points I , J et K définie par :

$$I = \text{bary}\{(B; 1), (C; 2)\},$$

$$J = \text{bary}\{(A; 2), (C; 1)\} \text{ et}$$

$$K = \text{bary}\{(A; 4), (B; -1)\}$$

2. Montrer que $\overrightarrow{KJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et

$$\overrightarrow{KI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$$

3. Que déduisez-vous des points I , J et K ?

4. On associe chaque paramètre m au point G_m qui est le barycentre des points pondérées $(C; 2 - m)$, $(B; 1 - m)$ et $(A; 2m)$.

(1) Montrer l'existence du point G_m pour tout réel m .

(2) Donner une définition vectoriel des points G_0 , G_1 et G_2 .

5. (1) Démontrer que :

$$\overrightarrow{AG_m} = \frac{1-m}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2-m}{3}\overrightarrow{AC}.$$

(2) Dédire que :

$$\overrightarrow{JG_m} = \frac{1-m}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$$

6. Placer les points G_4 , G_{-2} et G_7 .

7. Supposant que $A(1, 2)$, $B(0, 1)$ et $C(1, 0)$.

(1) Déterminer x_m et y_m les coordonnées de G_m .

(2) Écrire y_m en fonction de x_m .

(3) Déterminer l'ensemble de point G_m suivant les valeurs du paramètre m .