

Exercice 56

- A et B deux points dont les abscisses curvilignes sont $\frac{789\pi}{7}$ et $\frac{-214\pi}{4}$ respectivement. Déterminer l'abscisse curviligne principale de A et de B .
- Placer dans le cercle trigonométrique les points dont les abscisses curvilignes sont :
 (a) $\frac{-\pi}{6}$. (b) $\frac{2\pi}{3}$. (c) $\frac{23\pi}{2}$. (d) $\frac{-59\pi}{4}$.

Exercice 57

Ecrire en fonction de $\sin x$ et $\cos x$ les expressions suivantes :

$$A(x) = \sin(\pi + x) - \cos(\pi - x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right).$$

$$B(x) = \sin(6\pi + x) - \cos(3\pi - x) + \sin\left(-\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right).$$

Exercice 58

- Calculer $\cos x$ et $\sin x$ sachant que $\tan x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ et $x \in]-\frac{\pi}{2}, 0[$.
- Calculer $\cos x$ et $\tan x$ sachant que $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ et $x \in]\frac{\pi}{2}, \pi[$.
- Calculer les expressions suivantes :

$$A = \sin \frac{11\pi}{30} - \sin \frac{19\pi}{30} + \sin \frac{11\pi}{60} - \cos \frac{19\pi}{60} + \cos \frac{11\pi}{60} - \sin \frac{19\pi}{60}.$$

$$B = \left(\cos \frac{\pi}{10}\right)^2 + \left(\cos \frac{2\pi}{10}\right)^2 + \left(\cos \frac{3\pi}{10}\right)^2 + \left(\cos \frac{4\pi}{10}\right)^2.$$

Exercice 59

Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $[-\pi, 2\pi]$ les équations suivantes :

$$\textcircled{1} \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \quad \textcircled{2} \sin 3x = \sin \frac{5\pi}{3}.$$

$$\textcircled{3} \tan 4x = 1. \quad \textcircled{4} \cos x + \sin x = 0.$$

Exercice 60

Soit $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, on pose :

$$A(x) = \left(\cos(\pi - x) \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)^2 - \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \sin(\pi - x)\right)^2$$

- (1) Montrer que $A(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$ puis $A(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$

- (2) Dédire que $A(x) = 2 \cos^2 x - 1$.

- (3) Calculer $A(\frac{\pi}{3})$, $A(\frac{\pi}{4})$ et $A(\frac{\pi}{6})$.

2. Montrer que $A(x) = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$.

Exercice 61

- $\textcircled{1}$ Vérifier que $\frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}$ et calculer $\cos(\frac{5\pi}{12})$ et $\sin(\frac{5\pi}{12})$

- $\textcircled{2}$ Vérifier que $\frac{11\pi}{12} = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$ et calculer $\cos(\frac{11\pi}{12})$ et $\sin(\frac{11\pi}{12})$

Exercice 62

- $\textcircled{1}$ Réduire les expressions suivantes :

$$a) A(x) = \cos 7x \cdot \sin 6x - \sin 7x \cdot \cos 6x$$

$$b) B(x) = \cos x \cdot \cos 2x - \sin x \cdot \sin 2x$$

$$c) C(x) = \cos 3x \cdot \sin 2x + \cos 2x \cdot \sin 3x$$

- $\textcircled{2}$ Exprimer chacune des expressions suivantes en fonction de $\cos x$ et $\sin x$

$$(a) \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \quad (b) \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$(c) \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

- $\textcircled{3}$ x est un réel de l'intervalle $]0; \frac{\pi}{2}[$.

(a) Réduire l'écriture de l'expression :

$$\sin 3x \cos x - \sin x \cos 3x$$

(b) En déduire que : $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$.

Exercice 63

Soit $x \in \mathbb{R}$, on pose : $A = \cos^4 x + \sin^4 x - (\sin x \cos x)(\cos x - \sin x)^2$.

1. Montrer que $A = 1 - \sin x \cos x$.

2. sachant que $\sin \frac{11\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$, calculer A pour $x = \frac{11\pi}{12}$.

Exercice 64

On pose

$$P(x) = 4 \sin^2 x - 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \sin x - \sqrt{6}.$$

1. (1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :

$$4X^2 - 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})X - \sqrt{6} = 0$$

(2) Déduire une factorisation du trinôme :

$$4X^2 - 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})X - \sqrt{6} = 0$$

(3) Résoudre dans $]0, 2\pi]$ l'équation

$$P(x) = 0 \text{ puis la factorisé.}$$

2. Résoudre dans $]0, 2\pi]$ l'inéquation

$$P(x) < 0.$$

Exercice 65

a est un réel de l'intervalle $]0; \frac{\pi}{4}[$. Démontrer que

$$(\cos a + \sin a)^2 = 1 + \sin 2a.$$

$$\frac{1 + \sin 2a}{\cos 2a} = \frac{\cos a + \sin a}{\cos a - \sin a}.$$

Écrire $\cos 3x$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$.

Exercice 66

1

(a) Vérifier que

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

(b) Déterminer α tel que

$$\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin(x - \alpha)$$

2 On considère l'équation

$$(E) : \tan x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}. \text{ Montrer que}$$

$$(E) \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

3 Résoudre dans $]0, 2\pi[$ l'équation (E).

Exercice 67

On pose

$$P(x) = \sin(2x) + \cos(2x) - 1 + \sin x - \cos x$$

1 Montrer que : $\sin(2x) + \cos(2x) - 1 = 2 \sin x (\cos x - \sin x)$.

2 Déduire que :

$$P(x) = \sqrt{2}(2 \sin x - 1) \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$$

3 Résoudre dans l'intervalle $[0, 2\pi]$ l'équation $P(x) = 0$.

4 Résoudre dans l'intervalle $[0, 2\pi]$ l'inéquation $P(x) \leq 0$.

Exercice 68

1 Montrer que $\forall x \in \mathbb{R} :$

$$\sin(x) + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) = 0.$$

2 (a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R} :$

$$2 \cos^2(x) + \sin(2x) = 1 + \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right).$$

(b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$2 \cos^2(x) + \sin(2x) > 0.$$